

✓ Образовательный минимум

Предмет	Математика
Класс	11
	I полугодие

Теоретическая часть

1. Определение прямоугольной декартовой системы координат
2. Скалярное произведение векторов в пространстве
3. Формула косинуса угла между векторами в пространстве
4. Площади поверхностей (конус, шар, цилиндр)
5. Логарифмом числа b по основанию a называют...
6. Свойства логарифмов
7. График логарифмической функции
8. Показательные уравнения (определение)
9. Показательные неравенства – это...
10. Логарифмические неравенства

Практическая часть

Вариант 1

1. Решить примеры, применив свойства логарифмов:

1) $\log_5 49 + 2 \log_5 \frac{5}{7}$ 2) $\log_5 60 - \log_5 12$ 3) $216^{\log_6 7}$ 4) $\frac{\log_2 729}{\log_2 9}$.

2. Решить показательное уравнение: $3^{5x+2} = 81^{x-1}$

3. Решите показательное неравенство:

1) $3^x < 243$ 2) $9^x + 27 < 12 \times 3^x$

4. Решите логарифмическое неравенство:

$$\log_2 (2x + 4) > \log_2 3$$

5. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $\vec{a} \{4; -2; 3\}$ $\vec{b} \{-1; -2; 5\}$.

6. Вычислите угол между прямыми AB и CD, если $A(\sqrt{3}; 1; 0)$, $C(0; 2; 0)$, $B(0; 0; 2\sqrt{2})$, $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$.

7. Найдите объём пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник со сторонами 6 и 8 см, а каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см.

8. Вычислите объём правильной треугольной пирамиды, если радиус описанной вокруг основания окружности равен $\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна $4\sqrt{3}$.

9. Вычислите объём правильной шестиугольной пирамиды, если сторона основания равна 4, а боковые рёбра пирамиды равны 5.

✓ Образовательный минимум

Полугодие	1
Предмет	Математика
Класс	11

Ответы к теоретической части

Логарифмом числа b по основанию a называют... показатель степени с основанием a , равной b . То есть логарифм — это степень, в которую нужно возвести a для получения b .

Свойства логарифмов: $a > 0, a \neq 1; b > 0, c > 0, r$ - любое число, k - любое число, $k \neq 0$

$$1) \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c;$$

$$2) \log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c;$$

$$3) \log_a b^r = r \cdot \log_a b;$$

$$4) \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b.$$

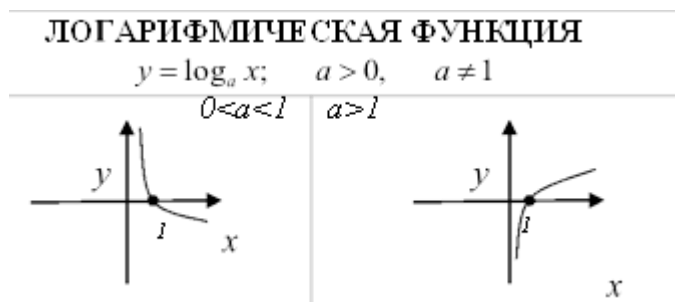


График логарифмической функции

Показательные уравнения: $a^x = b$, где $a, b > 0$. $b = a^m \Rightarrow a^x = a^m \Rightarrow x = m$

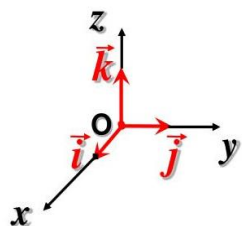
Показательные неравенства – это неравенства, которые включают в себя переменную, стоящую в показателе степени $a^{f(x)} > a^{g(x)}$

Логарифмические неравенства: Логарифмические неравенства решаются при помощи свойств возрастания или убывания логарифмической функции на множестве допустимых значений.

при $a > 1$	
логарифмическое неравенство	равносильное неравенство
$\log_a f(x) > \log_a c$	$f(x) > c$
$\log_a f(x) > c$	$f(x) > a^c$
$\log_a f(x) < \log_a c$	$0 < f(x) < c$
$\log_a f(x) < c$	$0 < f(x) < a^c$

7. Тригонометрия.

Определение 2. Система координат $\{O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, состоящая из ортонормированного ортогонального базиса и точки O , называется *прямоугольной декартовой системой координат*.



Ox – ось абсцисс

Oy – ось ординат

Oz – ось аппликат

Скалярное произведение векторов, заданных в координатной форме.

Пусть $\vec{a} = \{x_1, y_1, z_1\}$ и $\vec{b} = \{x_2, y_2, z_2\}$

Тогда

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

Скалярное произведение векторов равно сумме произведений соответствующих координат.

Условие перпендикулярности векторов в координатной форме :

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0$$

Косинус угла α между ненулевыми векторами $\vec{a} \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}$ вычисляется по формуле:

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

8. Площади поверхностей

Конус

$$S_{\text{б.п.}} = \pi r l$$

$$S_{\text{п.п.}} = \pi r(r + l)$$

(r – радиус основания,
 l – образующая)

Цилиндр (прямой, круговой)

$$S_{\text{б.п.}} = 2\pi r h$$

$$S_{\text{п.п.}} = 2\pi r(r + h)$$

(r – радиус основания,
 h – высота)

Сфера

$$S = 4\pi R^2$$

(R – радиус сферы)

✓ Образовательный минимум

Полугодие	2
Предмет	Математика
Класс	11

1. **Понятие действительного числа** (Ответ: Рациональные и иррациональные числа составляют множество действительных чисел x)

2. **Перестановка из n элементов** – это... расположение их в определенном порядке.
 $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$

3. **Размещением из n элементов – x_1, x_2, x_3 по k называют...** любой упорядоченный набор из k элементов, составленные из данных n элементов.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

4. **Сочетанием из данных n элементов по k называют...** любую группу из k этих элементов.

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

5. **Рациональные уравнения** – это уравнения левая и правая часть которых есть рациональные выражения относительно x .

Решение рациональных уравнений вида: $A(x) \cdot B(x) = 0$, $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A(x)}{B(x)}$

6. Решить систему уравнений с двумя неизвестными x и y значит найти все пары $(x; y)$, каждая из которых является решением каждого из уравнений, входящих в систему, или доказать, что их нет.

7. **Решение неравенств методом интервалов**

- 1) Привести неравенство, чтобы справа был 0.
- 2) Найти нули числителя и нули знаменателя.
- 3) Отметить числа на прямой.
- 4) Определить знаки в каждом из промежутков.
- 5) Выбрать промежутки, соответствующие знаку неравенства

8. **Каким образом решить систему $A_1(x) \cdot B_1(x) = 0$ и $A_2(x) \cdot B_2(x) = 0$ (где $A_1(x), B_1(x), A_2(x), B_2(x)$ – рациональные выражения) относительно x и y ?**

9. **Первообразная функции $f(x)$ на промежутке $(a; b)$** это такая функция $F(x)$, для которой формула $F'(x) = f(x)$ превращается в равенство

10. **Аксиомы стереометрии А2** (Ответ: Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки этой прямой лежат в этой плоскости)
 11. **Аксиомы стереометрии А3** (Ответ: Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей)

10. **Таблица первообразных:**

Функция	Первообразные	Функция	Первообразные
a	$ax + C$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
$x^p, p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$	$\sin x$	$-\cos x + C$
$\frac{1}{x}, x > 0$	$\ln x + C$	$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{x}, x < 0$	$\ln(-x) + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
e^x	$e^x + C$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$

11. **Определение:** Определенный интеграл от функции $y = f(x)$ по отрезку $[a; b]$ – это предел интегральных сумм S_n при $n \rightarrow \infty$

14. **Признак перпендикулярности двух плоскостей:** если одна из двух плоскостей проходит через прямую перпендикулярную к другой.

11. **Теорема о площади криволинейной трапеции:** Если f – непрерывная и неотрицательная на отрезке $[a; b]$ функция, а F – ее первообразная на этом отрезке, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке $[a; b]$, то есть: $S = F(b) - F(a)$

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

12. **Формула Ньютона-Лейбница:**

13. Свойства определённого интеграла.

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

$$d \int f(x) dx = f(x) dx$$

$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$

$$\int dF(x) = F(x) + C$$

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \quad k \neq 0$$

14. Равносильные уравнения и неравенства.

1) Два уравнения называют равносильными, если они имеют одинаковые корни или если оба уравнения не имеют корней.

2) Если при переходе от одного уравнения к другому потери корней не происходит, то второе уравнение называют следствием первого уравнения.

Иначе, если все корни первого уравнения являются корнями второго уравнения, то второе уравнение называется следствием первого уравнения.

3) Неравенства, имеющие одно и то же множество решений, называют равносильными. Неравенства, не имеющие решений, также являются равносильными.

15. Объёмы тел вращения.

Куб

$$V = a^3 \quad (a - \text{ребро})$$

Призма, цилиндр

$$V = S \cdot h$$

(h – высота,
 S – площадь
основания)

Прямоугольный параллелепипед

$$V = a \cdot b \cdot c$$

(a, b, c – ребра измерения)

Пирамида, конус

$$V = S \cdot h$$

(h – высота,
 S – площадь
основания)

Шар

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (R - \text{радиус шара})$$

✓ Образовательный минимум

Предмет	Математика
Класс	11
	I полугодие

Теоретическая часть

1. Понятие действительного числа
2. Перестановка из n элементов – это...
3. Размещением из n элементов – x_1, x_2, x_3 по k называют...
4. Сочетанием из данных n элементов по k называют
5. Рациональные уравнения – это...
6. Решить систему уравнений с двумя неизвестными x и y значит
7. Решение неравенств методом интервалов.
8. Чтобы решить систему неравенств, надо...
9. Определение первообразной функции $F(x)$
10. Таблица первообразных
11. Определение определенного интеграла.
12. Теорема о площади криволинейной трапеции
13. Формула Ньютона-Лейбница
14. Свойства определённого интеграла.
15. Равносильные уравнения и неравенства
16. Объёмы тел вращения.

Практическая часть

Вариант 1

1. Примеры действительных чисел:

0; 6; 458; 1863; 0,578; $-3,8$; $5\sqrt{26}$; $0,145(3)$; $\log_5 12$.

2. Сколько перестановок из букв можно сделать в слове «дом».

3. Для создания 3-значного пароля используются символы из алфавита $\{+, *, A, !, 2\}$.

Сколько всего паролей без повторения символов можно составить?

4. Из 10 программистов нужно отобрать 4 для участия в проекте. Сколькими способами это можно сделать?

5. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{x-2} = 3$. 2) $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{x}{x-2} + 1$.

6. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$$

7. Решите неравенство методом интервалов: $x^2 - 5x + 6 \geq 0$.

8. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} 5x - x^2 \geq 0, \\ 6 - 2x < -2. \end{cases}$$

9. Найдите первообразную функций:

А) $f(x) = \sqrt{3}$;

Б) $f(x) = x^8$;

В) $f(x) = \frac{1}{x^5}$;

Г) $f(x) = 2 - x^4 + 3x^7$;

Д) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{3}$;

Е) $f(x) = (4x - 5)^2$;

Ж) $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 6x\right)$.

10. Вычислите определённый интеграл:

a) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$; в) $\int_1^3 2dx$; г) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

11. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y=x^2, x=1, x=4, y=0$.